

SUJET DE TP4: LOIS DE PROBABILITÉ

NICOLÁS CUELLO

1. LOI BINOMIALE

Créer une fonction qui simule une épreuve binomiale de paramètre n et p . Pour faire ceci on utilisera la commande Matlab `binornd(n,p)` qui donne le nombre de succès pour cette épreuve. Le but de cet exercice est de prouver que lorsqu'on augmente le nombre de lancés pour une épreuve binomiale, la moyenne, *i.e.* succès/total, tend vers la valeur de p . Pour montrer cette convergence lorsque n augmente, on pourra par exemple faire varier n de 100 à 10000, avec $p = 0.7$, et faire un plot.

2. LOI NORMALE

Créer un vecteur avec 100000 valeurs aléatoires suivant une loi normale en utilisant la commande Matlab `randn()` et faire un plot en utilisant la commande `hist(X,m)` où n représente le vecteur qui contient les valeurs pour le plot et m correspond au nombre de divisions de votre histogramme. Choisir un nombre adéquat pour m pour voir la cloche caractéristique de la loi normale.

On peut créer un vecteur qui contient la valeur de chaque barre de l'histogramme (*cf* `help hist`). En utilisant la commande juste, on peut faire le plot de la fonction de répartition. On fait une sorte d'intégrale en faisant une somme discrète. Afin d'avoir un graphique lisible, n'oubliez pas de normaliser votre somme. La commande `cumsum(X)` peut s'avérer utile...

3. CONSTRUCTION D'UN PROFIL DE DENSITÉ

Pour faire des simulations on a besoin parfois de créer des profils de densité qui vérifient les critères qu'on veut. C'est le cas en astrophysique par exemple où l'on utilise le profil de densité beta pour modéliser le profil de densité de certains amas de galaxies. Ce profile présente une symétrie sphérique et s'écrit en fonction du rayon:

$$\rho(r) = \rho_0 \left(1 + \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right)^{-3\beta/2}$$

1

Pour construire ce profil on doit trouver les coordonnées des $N=1000$ particules de notre système. Pour faire ceci on peut tirer deux nombres au hasard, r et ρ_{rand} , et vérifier si la valeur de ρ_{rand} est inférieure ou égale à la valeur de $\rho(r)$. Si tel est le cas, on garde la valeur de r et on calcule x , y et z en tirant deux nouveaux nombres au hasard (coordonnées sphériques): $0 \leq \theta \leq \pi$ et $0 \leq \phi \leq 2\pi$. Cette méthode s'appelle la méthode par rejet: en effet, on rejette toutes les coordonnées qui ne vérifient pas le critère imposé. Faire un plot en 3D de la position des particules. Evaluer le rendement de cette méthode en comptant le nombre de particules rejetées.

On prendra: $r \leq 700$, $\rho_0 = 1$, $\beta = 0.66$ et $r_0 = 123$.

4. LE/LA BOURRÉ(E) QUI RENTRE CHEZ LUI/ELLE (RANDOM WALK)

Dans cet exercice on va considérer un homme / une femme bourré(e) qui rentre chez lui/elle après une soirée bien arrosée au bar qui se trouve sur un repère (x, y) au point $(0, 0)$. Pour simplifier les choses, les mouvements ne pourront être que selon l'axe des x et l'axe des y . Ces mouvements seront aléatoires étant donné l'état d'ébriété avancé. Ainsi, si l'individu se trouve au point (i, j) au $k^{\text{ième}}$ pas, alors au pas $k + 1$ il peut se retrouver aux coordonnées suivantes avec la même probabilité: $(i + 1, j)$, $(i - 1, j)$, $(i, j + 1)$ et $(i, j - 1)$. Pour faire cet exercice vous aurez besoin de la commande *rand*.

Vous pouvez fixer le domicile de cette personne au point (x_m, y_m) et voir quel est le nombre moyen de pas qu'il lui faut pour y arriver. Il est peu vraisemblable, si sa maison est trop loin, qu'il/elle finisse par y arriver en un nombre raisonnable de pas. On peut alors considérer qu'il/elle a une autonomie qui lui permet d'arriver jusqu'à une certaine distance du bar: r_{max} . On peut alors calculer combien de pas en moyenne il lui faut pour arriver à s'éloigner à une distance r_{max} en répétant l'expérience n fois. Si votre programme est bien écrit, vous devriez trouver que la distance parcourue dépend de la racine carrée du nombre de pas exécutés. Représenter graphiquement 5 chemins sur un repère (x, y) .

NB: Ceci est un exemple de random walk. Ceux-ci sont très utilisés pour modéliser certains phénomènes naturels... Ce n'est pas seulement l'histoire d'une personne ivre qui rentre chez elle!