

Potentiel thermodynamique

Exercice 1 : Croissance d'une goutte

On étudie le problème de la nucléation homogène d'une goutte d'eau dans un milieu saturé en vapeur d'eau.

Choix du potentiel thermodynamique

1. Rappeler les identités thermodynamiques relatives aux potentiels F et G .
2. En déduire les variables naturelles de ces fonctions.
3. On travaille à pression et température constantes, quel est le potentiel le plus adapté au problème ?

Description du système

Le système est composé de deux phases séparées par une interface sphérique, le liquide à l'intérieur et la vapeur à l'extérieur. Il y a n_l particules de liquide et n_v particules de vapeur. L'existence de l'interface entre les deux phases nécessite l'apport d'une énergie proportionnelle à l'aire de l'interface avec un coefficient σ_{lv} qui est la tension superficielle entre liquide et vapeur.

4. Donner l'expression de la variation infinitésimale de l'énergie du système lors de la croissance d'une goutte.
5. Montrer que l'apport d'énergie nécessaire pour former une goutte de rayon r peut s'écrire :

$$\Delta G(r) = \int_{G(0)}^{G(r)} dG = \frac{4}{3}\pi(\mu_l - \mu_v)N_l r^3 + 4\pi\sigma_{lv}r^2 \quad (1)$$

avec N_l le nombre de particules d'eau par unité de volume dans la goutte.

6. Tracer la courbe représentative de la fonction $r \mapsto \Delta G(r)$.
7. Quelle est la condition pour que la croissance de la goutte soit possible ?
8. Calculer le rayon critique au-delà duquel la croissance de la goutte se fera spontanément.

Exercice 2 : Equation d'état de Birch-Murnaghan

1. En considérant que la densité est une fonction de la pression uniquement, proposer une forme pour $P(\rho)$ utilisant le coefficient K_T .
2. Pour le manteau terrestre, il est courant d'utiliser une équation d'état de Birch-Murnaghan du type :

$$P(\rho, T) = \frac{K_T^0}{n} \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^n - 1 \right] + \alpha_0 K_T^0 (T - T_0) \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{1-q} \quad (2)$$

Proposer une interprétation des différents termes.

3. Donner les expressions de K_T et α , en admettant : $q \simeq 1$.
4. Rappeler la relation fondamentale de l'hydrostatique
5. On suppose que $\alpha K_T \rightarrow 0$, quelle est la signification physique de cette limite ?
6. En déduire le profil de pression en fonction de la profondeur.
7. Discuter le résultat.